

Г.Ф. Ханхасаев, д-р техн. наук, проф.,

Л.О. Онхонова, д-р техн. наук, проф.

Восточно- Сибирский государственный университет технологий и управления

С.Н. Шуханов, д-р техн. наук, проф, А.Л. Токмакова, ст. преподаватель

Иркутская государственная сельскохозяйственная академия

631.354

МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ ЗЕРНОВОГО ВОРОХА ПРИ РАБОТЕ ЛЕНТОЧНОГО МЕТАТЕЛЯ

В результате теоретических исследований получена математическая модель движения частиц зернового вороха при работе ленточного метателя.

Ключевые слова: математическая модель, зерновой ворох, зернометатель. Mathematical model of the grain masses elements motion during the work of the conveyer-type grainthrower.

G.F. Hanhasaev, L.O. Onkhonova,

S.N. Shuhanov, A.L. Tokmakova

MODEL OF GRAIN PARTICLES MOVEMENT WHEN OPERATED AT THE BELT GRAIN THROWER

Mathematical model of the grain masses elements motion during the work of the conveyer-type grainthrower was obtained in the result of theoretical research.

Key words: mathematical model, grain masses, grainthrower.

В связи с острой необходимостью создания современной техники для послеуборочной обработки зернового вороха, работающих на инновационных принципах назрела задача создать математическую модель движения частиц обрабатываемого материала при работе ленточного метателя с тем, чтобы его существенно модернизировать. Это позволит разработать машину нового поколения.

Рассмотрим свободное движение частиц зернового воздуха в неподвижной воздушной среде при работе ленточного метателя.

Введем следующие обозначения (рисунок 1.):

t – время, с;

Oxy – неподвижная система декартовых координат с началом O на оси вращения верхнего вальца, горизонтальной осью Ox и вертикальной осью Oy , направленной вертикально вверх;

R – радиус верхнего вальца (шкива) ленточного метателя, м;

φ_0 – угол, образуемый отрицательной полуосью Ox , и прямой OB , соединяющей центры

верхнего 1 и нижнего 2 вальцов в вертикальной плоскости рад;

ω – угловая скорость вращения верхнего вальца, рад/с;

g – величина ускорения \vec{g} свободного падения материальной точки, м/с²;

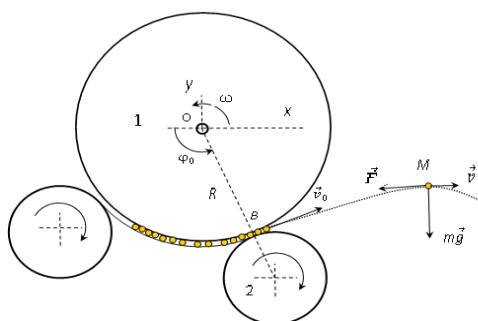


Рисунок 1. Схема действия сил на материальную точку при работе ленточного метателя

Представим частицу зернового вороха в виде материальной точки M .

Пусть (рисунок 1)

x, y, z – координаты движущейся материальной точки M ;

v – величина вектора \vec{v} скорости точки M , м/с;

v_0 – величина вектора \vec{v}_0 начальной скорости точки M , м/с

m – масса материальной точки M , кг;

a – величина ускорения \vec{a} материальной точки M , м/с²;

F – величина силы \vec{F} сопротивления воздуха, Н;

γ – удельный вес воздуха, Н/м³;

k – коэффициент сопротивления воздуха;

k_p – коэффициент парусности частицы, 1/м.

Дифференциальное уравнение движения свободной материальной точки M в векторном виде записывается так [1]:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}, \quad (1)$$

где

$$\vec{F} = -k_p m v^2 \frac{\vec{v}}{v} = -k_p m v \vec{v}.$$

Коэффициент парусности k_p прямо пропорционален площади S миделева сечения частицы и определяется по формуле [2]

$$k_p = k\gamma S / (mg).$$

Проецируя обе части векторного равенства (1) на оси координат Ox, Oy , запишем дифференциальные уравнения движения точки M в координатном виде (рисунки 1.,2):

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = -k_p v \frac{dx}{dt} \\ \frac{d^2y}{dt^2} = -g - k_p v \frac{dy}{dt} \\ \frac{d^2z}{dt^2} = -k_p v \frac{dz}{dt}, \end{cases} \quad (2)$$

где

$$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}.$$

При ленточном метании все частицы сбрасываются в точке B касания лент между вальцами (шкивами) 1, 2 с одинаковой начальной скоростью \vec{v}_0 .

Данные конструктивно-кинематических параметров ленточного метателя и свойств зернового вороха представлены в таблице 1.

Таблица 1

$R, \text{ м}$	$\omega, \text{ рад/с}$	зерно, $k_{p1}, 1/\text{м}$	примеси, $k_{p2}, 1/\text{м}$	$\varphi_0, ^\circ$	$g, \text{ м/с}^2$
0,5÷1,0	15÷25	0,08÷0,1	1,0÷2,0	110÷135	9,81
				5	

Для решения системы нелинейных дифференциальных уравнений (2) необходимо задать начальные условия.

Начальными условиями служат координаты x_0, y_0, z_0 точки B касания лент, натянутых на вальцы 1 и 2 и между которыми движется зерновой ворох, и скорость $\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0$ точки M в момент выброса в точке B .

Система дифференциальных уравнений (2) не имеет аналитического решения и была решена численным методом Рунге-Кутты [3, с. 708].

Движение зернового вороха в ветровом потоке

Рассмотрим свободное движение материальной точки M массы m в вороха потока. В частном случае такой поток может быть направлен навстречу оси Ox или перпендикулярно плоскости Oxy . Пусть (рисунок 2)

v_a – величина вектора \vec{v}_a скорости ветрового потока (частицы воздуха), м/с;

v_{ax}, v_{ay}, v_{az} – проекции вектора \vec{v}_a на оси Ox, Oy и Oz , перпендикулярную плоскости Oxy , м/с;

v_r – величина вектора \vec{v}_r скорости частицы относительно ветрового потока, м/с.

Придерживаясь прежних обозначений, перепишем уравнение (1) применительно к случаю свободного движения частицы в ветровом потоке:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}, \quad (3)$$

где

$$\vec{F} = -k_p m v_r^2 \frac{\vec{v}_r}{v_r} = -k_p m v_r \vec{v}_r.$$

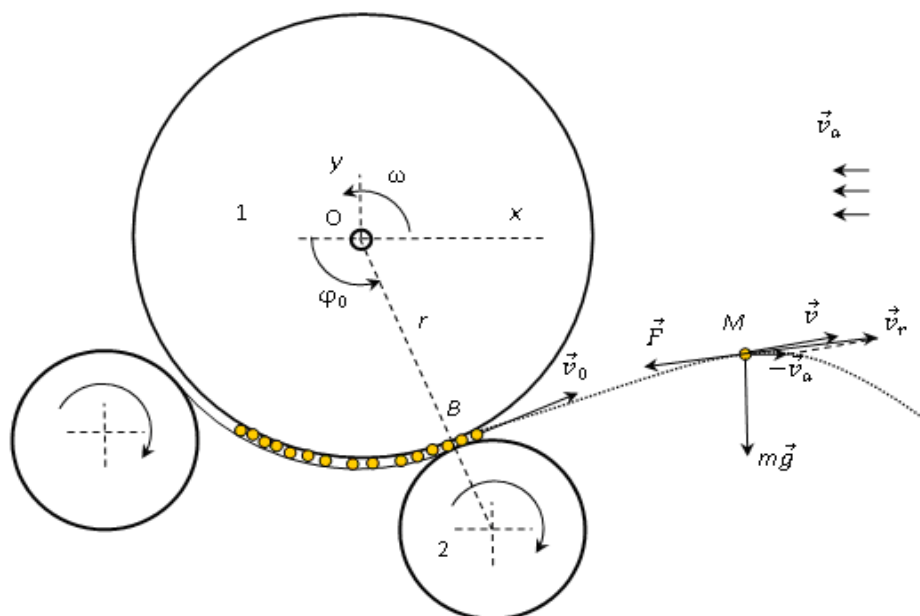


Рисунок 2. Схема действия сил на материальную точку в ветровом потоке

Так как

$$\vec{v} = \vec{v}_a + \vec{v}_r,$$

то векторное уравнение (3) можно переписать в виде

$$m\vec{a} = m\vec{g} - k_p m |\vec{v} - \vec{v}_a| (\vec{v} - \vec{v}_a). \quad (4)$$

Проецируя обе части векторного уравнения (4) на неподвижные координатные оси Ox , Oy и Oz , приходим к следующей системе нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = -k_p v_r \left[\frac{dx}{dt} - v_{ax} \right] \\ \frac{d^2y}{dt^2} = -g - k_p v_r \left[\frac{dy}{dt} - v_{ay} \right] \\ \frac{d^2z}{dt^2} = -k_p v_r \left[\frac{dz}{dt} - v_{az} \right], \end{cases} \quad (5)$$

где

$$v_r = \sqrt{(\dot{x} - v_{ax})^2 + (\dot{y} - v_{ay})^2 + (\dot{z} - v_{az})^2}.$$

Для решения системы дифференциальных уравнений (5) необходимо задать начальные условия и проекции v_{ax} , v_{ay} , v_{az} вектора \vec{v}_a на оси Ox , Oy и Oz .

В частности, при встречном воздушном потоке $v_{ax} = -v_a$, $v_{ay} = 0$, $v_{az} = 0$.

Начальными условиями служат координаты x_0 , y_0 , z_0 точки B касания лент, натянутых на вальцы 1 и 2 и между которыми движется зерновой ворох, и скорость \dot{x}_0 , \dot{y}_0 , \dot{z}_0 точки M в момент выброса в точке B .

Система дифференциальных уравнений (4) не имеет аналитического решения и была решена численным методом Рунге-Кутты при встречном и боковом воздушных потоках.

Таким образом, полученные знания позволяют значительно расширить знания в этой области, что в свою очередь создает предпосылки для математических моделей, описывающих работу метателей зерна нового поколения, функционирующих на более высоком качественном уровне.

Библиография

1. Белов М.И., Пылаев Б.В. Теоретическая механика. – М.: РГАУ – МСХА им. К. Тимирязева, 2011, -295с.
2. Босой Е.С. и др. Теория, конструкция и расчет сельскохозяйственных машин. – М.: Машиностроение, 1978. – 568с.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1974.- 831с.

Bibliography

1. Belov M.I., Pylaev B.V. Theoretical mechanics. – М.: RSAU – MAA named after K. Timiryazev, 2011, - p. 295.
2. Bosoy E.S. and others. Theory, structure and computation of agricultural machines. – М.: Machinery construction, 1978. – p. 568.
3. Korn G., Korn T. Mathematical reference for scientific workers and engineers. – М.: Science, 1974. – p. 831.